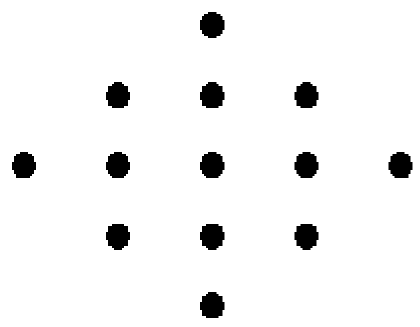
Задания для 5–6 классов

1. Игрушки. У Тани есть игрушки: кубики и шарики, жёлтые и зелёные. Все кубики – жёлтые. Зелёных игрушек – 20, жёлтых – 26, шариков – 37. Чего больше – жёлтых кубиков или жёлтых шариков – и на сколько?

2. Ломанная. Зачеркните все 13 точек (как на рисунке) пятью отрезками, не отрывая карандаша от бумаги и не проводя никакую линию дважды.



3. Сундуки. Петя и Вася нашли шесть сундуков со старинными монетами. Всего монет 900. Каждый знает, сколько монет в каком сундуке лежит. За один ход Петя выбирает любой набор сундуков (но не все шесть), общее количество монет в которых позволяет распределить их по выбранным сундукам поровну. Затем он уравнивает количества монет в выбранных сундуках, перекладывая монеты между ними. Если Петя, делая такие ходы сможет сделать так, чтобы во всех шести сундуках монет стало поровну, то он забирает эти монеты себе, а если не сможет, то монеты забирает Вася. Кто в итоге заберёт монеты?

4. Десятизначное число. Маша загадала десятизначное число и сообщила Мише о нём такую информацию: в нём встречаются все цифры, кроме одной. Если стереть две его последние цифры, оставшееся число разделится на 2, если стереть три последние цифры – разделится на 3, и т. д., если стереть 9 последних цифр – разделится на 9, а если ничего не стирать, то число разделится на 11. Миша, подумал и смог отгадать это число. Отгадайте и вы его и обязательно напишите, как вы рассуждали.

5. Рыцари и лжецы. На совместную научную конференцию лжецов (всегда лгут) и рыцарей (всегда говорят правду) собрались 12 участников, среди которых не все лжецы и не все рыцари. Каждые два участника либо знакомы, либо незнакомы друг с другом. Каждый ответил «да» или «нет» на вопрос «Знакомы ли вы?» про каждого из остальных. Какое наименьшее количество ответов «да» могло быть получено?

Задания для 7–9 классов

1. Конфета. Найдите какое-нибудь решение ребуса

$$\text{К,ОН} \cdot \text{Ф,ЕТ} = \text{А}.$$

Разным буквам соответствуют разные цифры; числа с запятой не должны оканчиваться на 0.

2. Шеренга. 13 школьников разного роста встают в одну шеренгу. Сколькими способами они могут встать, если каждый стоит либо на «своём» месте согласно своего роста, либо на соседнем месте? «Своим» местом считается место, занимаемое в упорядоченной по возрастанию шеренге.

3. Раскрашенный куб. Каждую вершину куба окрасили в чёрный или белый цвет. Обязательно ли найдётся равнобедренный треугольник, все вершины которого одного цвета? (Учитываются и треугольники, не лежащие в одной грани куба.)

4. Шапки. Трём семиклассницам надели шляпки, на которых написано по одному натуральному числу не больше 25. Им это сообщили, добавив, что числа различные, и наибольшее равно произведению двух меньших. Видя числа других, на вопрос: «Верно ли, что у вас на шляпке наименьшее из чисел?» девочки одновременно ответили: Катя «Да», Даша «Нет», Саша «Не знаю». Найдите все варианты чисел на их шляпках.

5. Движение роботов. 2026 роботов едут по кольцевой дороге в одном направлении (против часовой стрелки). Могут ли они ехать неограниченно долго с попарно различными постоянными скоростями, если на дороге есть только одна точка, в которой они могут обгонять друг друга?

Задания для 10–11 классов

1. Шнурочки. В руке зажаты 8 шнурков так, что их концы выступают сверху и снизу. Верхние концы случайным образом разбиваются на пары и попарно связываются между собой. То же делают и с нижними концами. Какова вероятность того, что в результате этой операции все 8 шнурков окажутся связанными в одно кольцо?

2. Числовые множества. Петя и Вася выбрали себе числа. Петя выбрал некоторые вещественные числа (хотя бы одно, но, возможно, бесконечное количество). То же самое сделал Вася. Оказалось, что если x является числом Пети, а y является числом Васи, то $x+y$ является числом Пети, а $y-x$ является числом Васи. Обязательно ли все числа Пети являются числами Васи?

3. $2n$ конфет. В ряд лежит $2n$ конфет. Массы любых двух соседних конфет отличаются не более чем на 1 г. Докажите, что можно разложить все конфеты по n пакетам по две конфеты в каждый и выложить эти пакеты в ряд так, чтобы массы любых двух соседних пакетов также отличались не более чем на 1 г.

4. 50 чисел. По кругу стоят 50 чисел (необязательно целых). Известно, что произведение любых 25 чисел отличается от произведения 25 остальных не более чем на 2. Докажите, что какие-то два соседних числа отличаются не более чем на 2.