



Задания для 5–6 классов

1. «Друг». Веломагазин провёл акцию «Не имей сто рублей, а имей сто друзей». Она заключалась в следующем: если покупатель, который приобрёл велосипед «Друг» и привёл 10 друзей, которые приобретали такой же велосипед, то приведшему деньги возвращались. За время проведения акции 10 покупателей пришли сами, остальных привели друзья. Некоторые привели ровно по 10 новых покупателей, а остальные 127 не привели ни одного. Сколько участников акции ездят на велосипеде бесплатно?

2. Кащей и Кощей. Двое бессмертных Кащей и Кощей играли в кости. Они по очереди (начинал Кащей) бросали игральную кость, на которой выпадает от 1 до 6 очков. Кощейю не везло: среди каждых трёх его последовательных бросков выпадала хотя бы одна двойка, а среди каждых пяти последовательных бросков – хотя бы одна единица. Наоборот, за каждые шесть последовательных бросков Кащей выбрасывал не менее четырёх шестёрок. Выигрывал тот, кто первым набрал не менее, чем 58 очков. Мог ли невезучий Кощей выиграть?

3. Камень, ножницы, бумага. В игре «Камень, ножницы, бумага» в каждом розыгрыше участвуют три игрока. В чемпионате города каждый из n участников играет два розыгрыша так, что его соперниками являются 4 разных игрока. Найдите все возможные значения n .

4. Вкусно и полезно. Миша пьёт полезное смузи вдвое быстрее, чем Маша, а вкусное смузи он пьёт втрое быстрее, чем Маша. Однажды они выпили 1 литр полезного смузи и 1 литр вкусного смузи. Миша начал с вкусного смузи, а Маша – с полезного. Покончив с вкусным смузи, Миша помог Маше допить полезное смузи, и на всё это у них ушло два часа.

В другой раз они снова выпили по литру вкусного и полезного смузи, но Маша пила вкусное смузи, а Миша начал с полезного. Выпив его, Миша помог Маше допить полезное смузи. За какое время они управились на этот раз?

5. Зловредный ИИ. В интернет-магазине находятся 16 одинаковых коробок. В одной из них – вкуснейший торт, а остальные – пустые. ИИ, обслуживающий магазин, согласен продать вам любую из коробок за 1000 рублей. Но получить пустую коробку вам не хочется. ИИ согласен всего за 50 рублей ответить на любой ваш вопрос о коробках и торте, лишь бы на него можно было ответить «Да» или «Нет», и обещает соврать не более двух раз. За какое наименьшее количество вопросов вы гарантировано можете найти коробку с тортом?



Задания для 7–9 классов

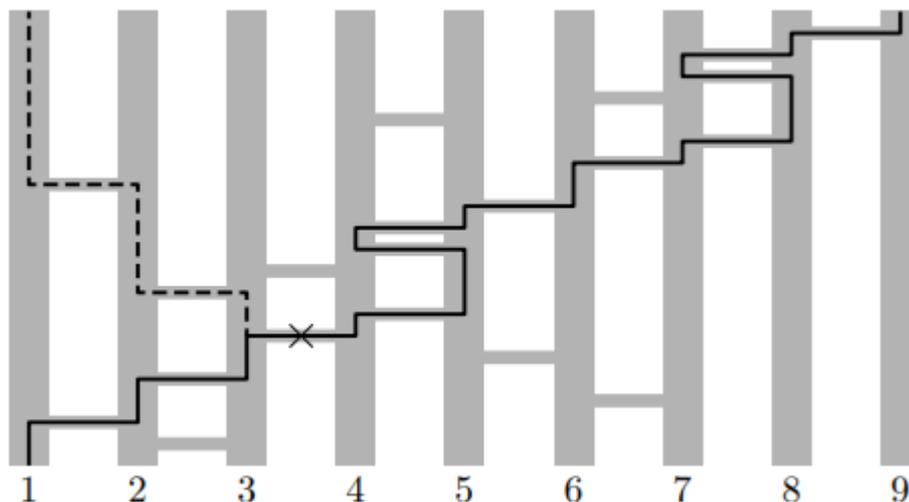
1. Социальная дистанция. Два учителя в школе стоят посередине коридора шириной 5 метра на расстоянии 20 метров друг от друга. Смогут ли они поменяться местами, пройдя в сумме не более 23 метров и соблюдая социальную дистанцию (в любой момент расстояние между ними не должно быть меньше, чем 4 метра)?

2. Школа ораторского мастерства. В школе ораторского мастерства ученик считается неразговорчивым, если у него меньше пяти друзей. Ученик считается молчуном, если все его друзья неразговорчивые. Может ли молчунов учеников быть больше, чем неразговорчивых?

3. Палиндром. Число называется палиндромом, если оно одинаково читается слева направо и справа налево. Сколько девятизначных палиндромов делится на 3?

4. Прогулка Максима. Забор состоит из 9 вертикальных столбиков. Соседние столбики в некоторых местах соединены горизонтальными палочками, никакие две из которых не находятся на одной высоте. Жук Максим ползёт снизу вверх; когда он встречает палочку, он переползает по ней на соседний столбик и продолжает ползти вверх. Известно, что если Максим начинает внизу первого столбика, то он закончит свой путь на девятом столбике. Всегда ли можно убрать одну из палочек так, чтобы Максим, начав внизу первого столбика, в конце пути оказался наверху пятого столбика?

Например, если палочки расположены как на рисунке, то Максим будет ползти по сплошной линии. Если убрать третью палочку на пути Максима, то он поползёт по пунктирной линии.





Задания для 10–11 классов

- 1. Концерт Игоря Растеряева.** Вы с другом хотите пойти на концерт Игоря Растеряева, но, к сожалению, в продаже остался только один билет. Человек, продающий билеты, решает подбрасывать монету до тех пор, пока не появится орёл. В каждом подбрасывании монеты орёл появляется с вероятностью p , где $0 < p < 1$, независимо от каждого из предыдущих подбрасываний. Если число подбрасываний окажется нечётным, то билет может купить ваш друг, в противном случае – вы. Стоит ли соглашаться на такие условия?
- 2. Старосты.** В Институте iSpring на первом курсе 12 учебных групп, в каждой из которых по 24 студента. Все 288 студентов произвольным образом стали по кругу. Докажите, что можно в каждой группе выбрать старосту так, чтобы никакие два старосты не стояли рядом.
- 3. 169 конфет.** Имеется кучка из 169 конфет. Петя и Вася играют в следующую игру. Петя забирает 1 конфету, потом Вася может забрать 1 или 2 конфеты, потом Петя может забрать 1, 2 или 3 конфеты, затем Вася 1, 2, 3 или 4 конфеты, и так далее. Выигрывает тот, кто забирает последнюю конфету. Кто может выиграть, как бы ни играл соперник?
- 4. Криптокошелёк.** В криптокошельке находятся криптовалюты разного номинала в инфокойнах. Может ли так оказаться, что набрать ими сумму в 2025 инфокойнов можно ровно 2025 способами?