

Задания для 5–6 классов

1. Пять кучек. Петя решил разложить 100 камней на 5 кучек и записать количество камней в каждой кучке. Могло ли получиться так, что каждое из пяти написанных чисел делится на все меньшие записанные числа?

2. Две фальшивые монеты. Имеются четыре монеты, среди которых две фальшивые, обе легче настоящих, при этом одна легче другой. Как найти обе настоящие монеты за два взвешивания? Выяснить какая из двух фальшивых монет легче не требуется.

3. Любительский футбол. В однокруговом турнире по футболу были зафиксированы следующие результаты:

Команда	Сыграно	Победы	Ничьи	Поражения	Мячи
Восток	3	3	0	0	7:1
Восход	3	1	1	1	3:3
Союз	3	1	1	1	2:3
Мир	3	0	0	3	1:6

Игра Восток – Союз закончилась со счётом 3:0. Как закончились остальные матчи?

4. Правильный автомат. Правильный автомат загадал двузначное число. Владимир задал автомату восемь вопросов: «Делится ли оно на два?», «Делится ли оно на три?», ..., «Делится ли оно на девять?» Автомат правильно на все вопросы, причём ответов «да» и «нет» было поровну.

а) Можете ли вы теперь ответить верно хотя бы на один из вопросов Владимира, не зная самого числа и не зная, на какие именно вопросы были даны ответы «да» и «нет»?

б) А хотя бы на два вопроса?

Задания для 7–9 классов

- 1. Магическое число.** Вася решил записать двадцатизначное число, в котором каждая цифра встречалась бы два раза и количество цифр между одинаковыми цифрами было бы разным для всех пар. Получится ли ему это сделать?
- 2. Две фальшивые монеты.** Имеются шесть монет, среди которых две фальшивые, обе легче настоящих, при этом одна легче другой. Как найти обе фальшивые монеты за три взвешивания? Выяснить какая из двух фальшивых монет легче не требуется.
- 3. Любительский футбол.** В футбольном турнире участвуют десять команд. Каждый день одновременно играется пять матчей. Через какое наименьшее число дней может определиться победитель турнира? За победу команде присуждается 3 очка, за проигрыш – 0 очков, а за ничью – 1 очко.
- 4. Строки программы.** Андрей каждый день пишет столько строк программы, сколько в этом месяце уже было солнечных дней (включая текущий день). Иван каждый пасмурный день пишет количество строчек, равное номеру дня в месяце, а в солнечные дни не пишет. Докажите, что если в апреле ровно половина дней будут пасмурные, а другая – солнечные, то Андрей и Иван напишут за месяц поровну строчек кода.

Задания для 10–11 классов

- 1. Атакующие ладьи.** Вова по одной выставляет ладьи на шахматную доску (8×8) так, чтобы каждая выставленная ладья побила (на момент выставления) чётное число пустых полей. Какое наибольшее число ладей может выставить Вова? Для справки: ладья бьёт все поля по горизонтали и по вертикали до следующей ладьи.
- 2. Две фальшивые монеты.** Имеются восемь монет, среди которых две фальшивые, обе легче настоящих, при этом одна легче другой. Как найти обе фальшивые монеты за четыре взвешивания? Выяснить какая из двух фальшивых монет легче не требуется.
- 3. Странный богатырь.** Тридцать три богатыря устроили соревнования по борьбе. Каждый боролся с каждым один раз. Победа давала 1 очко, поражение – 0, ничьих не было. Один богатырь выступил странно. Он победил всех, кто в итоге набрал больше очков, чем он, и проиграл всем, кто набрал меньше, чем он. Равного с ним количества очков не набрал никто. Докажите, что странный богатырь занял место не выше тринадцатого и не ниже двадцать первого.
- 4. Замкнутый байт.** На окружности расположили n единиц и m нулей. Назовем расстановку n единиц и m нулей хорошей, если в ней можно поменять местами соседние нуль и единицу так, что получится расстановка, отличающаяся от исходной поворотом. При каких натуральных n, m существует хорошая расстановка?