

### **Задача 1. Красно-чёрные карточки**

На столе лежало 100 карточек, у каждой из которых одна сторона чёрная, а другая красная. Вначале все карточки лежали красной стороной вверх. Костя перевернул 50 карточек, затем Таня перевернула 60 карточек, а после этого Оля – 70 карточек. В результате все 100 карточек оказались лежащими чёрной стороной вверх. Сколько карточек было перевернуто трижды?

### **Задача 2. Одноцветная доска**

Некоторые клетки доски  $8 \times 8$  покрашены в белый цвет, а остальные – в чёрный. Коля перекрашивает доску: за один ход, он имеет право перекрасить в противоположный цвет каждую из клеток «уголка» из трёх клеток. Докажите, что за несколько перекрашиваний Коля сможет сделать всю доску чёрной.

### **Задача 3. Жадный поисковик**

Есть 128 коробок, пронумерованных числами от 1 до 128. В одной коробке лежит приз. Поисковик знает, где лежит приз. Пользователь может написать поисковику несколько вопросов, требующих ответа «да» или «нет». Поисковик перемешивает вопросы и, не оглашая вслух вопросов, честно отвечает на все. Какое наименьшее количество вопросов нужно написать, чтобы наверняка узнать, где находится приз?

### **Задача 4. Путь графов**

Пусть  $G$  – плоский граф, все вершины которого имеют степень 4. Граф Вася и граф Петя ходят по ребрам графа  $G$ . Первый раз каждый из графов идет как угодно, а потом каждый из них идет прямо (из трех дорог выбирает среднюю). В итоге на каждой вершине графа побывал ровно один из графов и ровно один раз. Докажите, что в графе  $G$  четное число вершин.